広島市立大学　情報科学部　一般選抜　前期日程

模擬問題３

数学

（120 分)

数学 I，数学 II，数学 III，数学 A，数学 B

本問題は，2020年度に実施する広島市立大学情報科学部一般選抜前期日程の受験者のために作成した模擬問題です。学習する際の参考資料としてください。

注　意　事　項

1. 試験開始の合図があるまでは，この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は７ページあります。２ページ目と３ページ目は白紙である。試験中に印刷の不鮮明，ページの落丁・乱丁及び問題用紙の汚れ等に気がついた場合は，手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は４枚です。解答はすべて解答用紙の所定の場所に，途中経過も含めて記入しなさい。解答用紙は裏面も使用できます。
4. 下書き用紙は２枚です。
5. 受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄（２か所）に必ず記入しなさい。
6. 試験終了後は，解答用紙の上にある白ぬきの番号順に並べなさい。
7. 配布した解答用紙は持ち出してはいけません。
8. 問題冊子と下書き用紙は持ち帰りなさい。

（このページは白紙である。）

（このページは白紙である。）

第 1 問

問 1 次の関数の導関数を求めよ。

$$y = e^{x^2}(3x+1)^{\frac{2}{3}}$$

問 2 次の不定積分，定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int \frac{\log x}{x^2}dx$

(2) $\displaystyle\int_0^{\pi} |\sin x + \sqrt{3}\cos x|dx$

問 3 7 個の玉を A, B, C の 3 人に分ける方法は何通りあるか。ただし，7 個の玉は区別できないものとする。また，1 個ももらえない人がいてもよいとする。

第２問

問１ $a_1=-1,\ 2a_{n+1}=a_n^2+3na_n-6\ (n=1,2,3,\cdots\cdots)$ で定義される数列 $\{a_n\}$ を考える。

(1) a_2,a_3,a_4 を求めよ。

(2) 一般項 a_n を推測し，それが正しいことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

問２ 実数 a,b に対し，次の命題 A, B を考える。

命題 A : $a \geqq 0$ かつ $ab \geqq 0$ ならば，$b \geqq 0$ である。

命題 B : $a+b \geqq 0$ かつ $ab \geqq 0$ ならば，$b \geqq 0$ である。

(1) 命題 A が真であれば証明せよ。偽であれば反例を 1 つあげ，それが反例であることを示せ。

(2) 命題 B が真であれば証明せよ。偽であれば反例を 1 つあげ，それが反例であることを示せ。

第３問

t を実数とし，1 辺の長さが 1 である正三角形 OAB において，点 P, Q をそれぞれ $\overrightarrow{\mathrm{OP}} = t\overrightarrow{\mathrm{OA}}$, $\overrightarrow{\mathrm{OQ}} = t\overrightarrow{\mathrm{OB}}$ を満たすようにとる。また，三角形 OPQ の重心を G とし，線分 PB の中点を R とする。ただし，$t = 0$ のときは，G は O に一致するものとする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}} = \overrightarrow{a}, \overrightarrow{\mathrm{OB}} = \overrightarrow{b}$ とするとき，以下の問いに答えよ。

問 1 $\overrightarrow{\mathrm{OG}}$ を $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, t$ を用いて表せ。

問 2 $\overrightarrow{\mathrm{OR}}$ を $\overrightarrow{a}, \overrightarrow{b}, t$ を用いて表せ。

問 3 三角形 AGR は t の値によらず直角三角形になることを示せ。

問 4 三角形 AGR の面積を t を用いて表せ。

第４問

鉛直方向に振動している物体 B から鉛直方向に飛び出した小球の地面からの高さについて考える。小球が飛び出してからの経過時間を x とし，そのときの小球の地面からの高さを $f(x)$ とする。飛び出した時刻を $x=0$ とすると，$f(x)$ は次の式で与えられる。

$$f(x) = g(a) + \int_0^x \{-t + g'(a)\}dt$$

ここでは，$g(x) = \sin^2\left(\dfrac{x}{2}\right) + \cos x$ で与えられるような運動について考える。また，a は $0 < a \leqq 2\pi$ をみたす定数であり，$g(a)$ は飛び出したときの小球の地面からの高さである。また，小球が飛び出した直後に物体 B は取り除かれ，飛び出した小球は物体 B に接触することはないとする。以下の問いに答えよ。

問 1 $f(x)$ を求めよ。

問 2 $x \geqq 0$ のとき，$f(x)$ の最大値を a を用いて表せ。

問 3 $f(x)$ の最大値を $h(a)$ とする。$0 < a \leqq 2\pi$ のとき，$h(a)$ の最大値は $g(a)$ の最大値と一致することを示せ。