

広島市立大学 情報科学部 一般選抜 前期日程

模擬問題 2

数学

(120 分)

数学 I, 数学 II, 数学 III, 数学 A, 数学 B

本問題は、2020年度に実施する広島市立大学情報科学部一般選抜前期日程の受験者のために作成した模擬問題です。学習する際の参考資料としてください。

注 意 事 項

1. 試験開始の合図があるまでは、この問題冊子の中を見てはいけません。
2. この問題冊子は7ページあります。2ページ目と3ページ目は白紙である。試験中に印刷の不鮮明、ページの落丁・乱丁及び問題用紙の汚れ等に気がついた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
3. 解答用紙は4枚です。解答はすべて解答用紙の所定の場所に、途中経過も含めて記入しなさい。解答用紙は裏面も使用できます。
4. 下書き用紙は2枚です。
5. 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄（2か所）に必ず記入しなさい。
6. 試験終了後は、解答用紙の上にある白ぬきの番号順に並べなさい。
7. 配布した解答用紙は持ち出してはいけません。
8. 問題冊子と下書き用紙は持ち帰りなさい。

(このページは白紙である。)

(このページは白紙である。)

第 1 問

問 1 次の不定積分，定積分を求めよ。

$$(1) \int \frac{1}{e^x + 2e^{-x} + 3} dx$$

$$(2) \int_0^\pi x \sin^2 \frac{x}{2} dx$$

$$(3) \int_0^1 \frac{x^9}{\sqrt{1+x^5}} dx$$

問 2 次の極限值求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{1^9}{n^{10}} + \frac{2^9}{n^{10}} + \frac{3^9}{n^{10}} + \cdots + \frac{n^9}{n^{10}} \right)$$

第2問

問1 複素数平面において、 $\alpha = 3 + i$, $\beta = 5 - 3i$ とする。点 β を、点 α を中心として $\frac{2}{3}\pi$ だけ回転した点を表す複素数 γ を求めよ。

問2 (1) 2進法で表された小数 $0.101_{(2)}$ を10進法で表せ。

(2) 2進法で表された循環小数 $0.\dot{1}\dot{0}_{(2)} = 0.101010\cdots_{(2)}$ を10進法の分数で表せ。

(3) n 進法で表された整数 $1010_{(n)}$ は10進法で表すと30であるという。このとき n を求めよ。

第3問

三角形 ABC において、 $\overrightarrow{AB} = \vec{b}$, $\overrightarrow{AC} = \vec{c}$ とおき、三角形 ABC の内部に点 P を $\overrightarrow{AP} = \frac{1}{4}\vec{b} + \frac{1}{2}\vec{c}$ を満たすようにとる。また、直線 AP と直線 BC の交点を D、直線 BP と直線 AC の交点を E、直線 CP と直線 AB の交点を F とする。このとき、以下の問いに答えよ。

問1 \overrightarrow{AD} を \vec{b} , \vec{c} を用いて表せ。

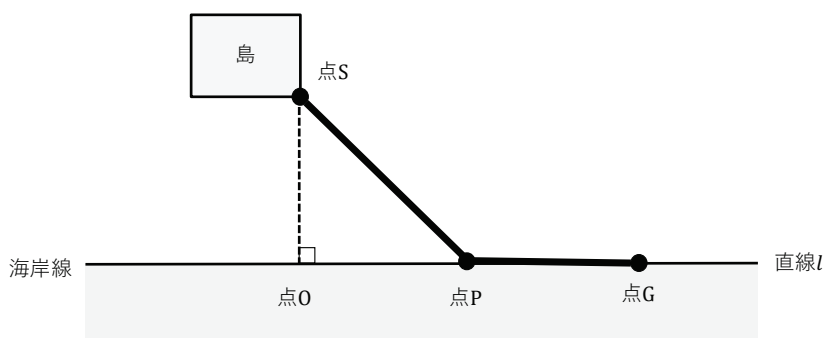
問2 線分の長さの比 AF : FB, AE : EC をそれぞれ求めよ。

問3 (1) 点 P が三角形 ABC の垂心であるとする。すなわち、 $\overrightarrow{AB} \perp \overrightarrow{CF}$ かつ $\overrightarrow{AC} \perp \overrightarrow{BE}$ が成り立っている。このとき、 $|\vec{b}| : |\vec{c}|$ および $\cos \angle BAC$ の値を求めよ。
(2) 点 P が三角形 ABC の外心になることがあるかどうかを調べよ。

第4問

島から対岸の施設まで通信ケーブルを敷設するのに必要な費用と敷設方法を考える。問題を簡略化し、海岸線を直線 l 、島の端を点 S 、施設を点 G 、点 S から直線 l に下した垂線と直線 l の交点を点 O とし、点 S から点 G まで通信ケーブルを敷設する。点 P を経由して、点 S から点 P までは海に通信ケーブルを敷設し、点 P から点 G までは地上に通信ケーブルを敷設する必要がある。ただし、海の深さは考えない。また、点 $P =$ 点 G となる場合は、海に通信ケーブルを敷設するだけで点 S から点 G まで通信ケーブルを直接敷設できるものとする。

点 S から点 O までの距離を 8 km、点 O から点 G までの距離を 20 kmとする。また、海に通信ケーブルを敷設する費用を 1 kmあたり k 億円、地上に通信ケーブルを敷設する費用を 1 kmあたり 1 億円とする。ただし、 k ($k > 1$) は定数である。ここで、点 S から点 P までの距離を a km、点 P から点 G までの距離を b kmとするとき、通信ケーブルを敷設する費用を $(ka + b)$ 億円と定義する。このとき、以下の問いに答えよ。



問1 点 O から点 P までの距離を x kmとし、 $k = 3$ とする。

- (1) 点 S から点 G まで通信ケーブルを敷設する費用を関数 $f(x)$ として定義するとき、 $f(x)$ を x を用いた式で表せ。
- (2) (1)で求めた関数 $f(x)$ の導関数を求めよ。
- (3) 関数 $f(x)$ の値が最小となるとき、通信ケーブルを敷設する費用が最小となる。関数 $f(x)$ の最小値とそのときの x の値を求めよ。

問2 点 S から点 G まで地上には通信ケーブルを敷設せず海に直接通信ケーブルを敷設するとき費用が最小となるような k の値の範囲を求めよ。

問3 通信ケーブルを敷設する費用が最小のとき $\angle PSO$ の角度が 30° となった。このときの k の値を求めよ。