２０２６年度　広島市立大学　一般選抜（前期日程）
（情報科学部）

数　学　（１２０分）

数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学A，数学B，数学C

２０２６年2月２５日

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は**６ページ**あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合には，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答用紙は４枚です。**解答はすべて解答用紙の所定の場所に，途中経過も含めて記入しなさい。解答用紙は裏面も使用できます。**

4　**受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄（２か所）に必ず記入しなさい。**

5　**試験終了後は，解答用紙の上にある白ぬきの番号順に並べなさい。**

6　解答用紙は持ち出してはいけません。

7　配付した解答用紙は，試験終了後にすべて回収します。

8　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

このページは空白である。

第1問 (100点)

問 1　次の極限を求めよ。

(1)　$\displaystyle\lim_{n\to\infty}\left(\sqrt{n(n+5)}-n\right)$

(2)　$\displaystyle\lim_{x\to 0}(1+2x)^{\frac{1}{3x}}$

問 2　次の定積分を求めよ。

$$\int_{\frac{\pi}{6}}^{\frac{\pi}{3}}\frac{\cos x}{\tan^2 x}\,dx$$

問 3　大人 4 人と子ども 2 人の 6 人が輪の形に並ぶとき，2 人の子どもが隣り合わないような並び方は何通りあるか。

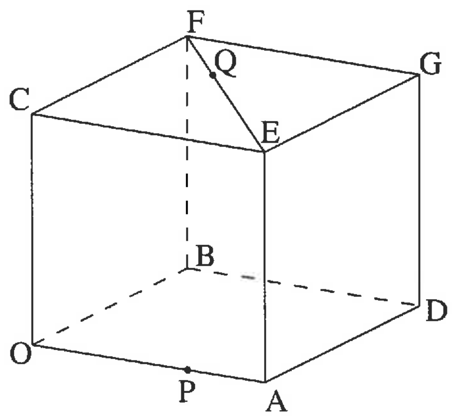
問 4　n を自然数とする。$\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ を小数で表したとき，小数第 7 位まではすべて 0 で，小数第 8 位に初めて 0 でない数字が現れるような n をすべて求めよ。ただし，$\log_{10}2=0.3010$ とする。

第2問 (100点)

問1 t を $0<t<1$ を満たす実数とし，1辺の長さが1の立方体 OADB-CEGF において，辺 OA を $t:(1-t)$ に内分する点を P，線分 EF を $t:(1-t)$ に内分する点を Q とする。$\overrightarrow{\mathrm{OA}}=\vec{a}$, $\overrightarrow{\mathrm{OB}}=\vec{b}$, $\overrightarrow{\mathrm{OC}}=\vec{c}$ とおくとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{\mathrm{PQ}}$ を t, $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$ を用いて表せ。

(2) $|\overrightarrow{\mathrm{PQ}}|$ の最小値とそのときの t の値を求めよ。



問2 a, b, c を整数とする。$a+b+c$ と $ab+bc+ca$ がともに奇数であることは，a, b, c がいずれも奇数であるための必要十分条件であることを証明せよ。

第3問　(100点)

関数 $f(x)=(2x-1)e^{-x}$ について，次の問いに答えよ。

問1　$f'(x),\ f''(x)$ を求めよ。

問2　関数 $f(x)$ の増減，極値と，曲線 $y=f(x)$ の凹凸を調べ，グラフの概形をかけ。必要であれば $\lim_{x\to\infty} xe^{-x}=0$ を用いてよい。

問3　直線 $y=4x-2$ を ℓ とする。

(1)　曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ は2点で交わることを示せ。

(2)　不定積分 $\int (2x-1)e^{-x}\,dx$ を求めよ。

(3)　曲線 $y=f(x)$ と直線 ℓ で囲まれる部分の面積を求めよ。

第4問 (100点)

ある細菌Xは，培養液の中で1時間が経過するたびに，その個数が2倍に増える性質を持っているとする。m を自然数とし，ある時刻に培養液にこの細菌を1個入れたとき，m 時間後の細菌の個数を b_m とする。たとえば，$b_1 = 2$ であり，$b_2 = 4$ となる。

問1 b_m を m を用いた式で表せ。

この細菌Xの増殖を抑制することを目的として開発された薬品Aがある。薬品Aを定められた分量だけ培養液に加えると，ただちに細菌Xを k 個死滅させることができる。また薬品Aは，細菌Xが2倍に増えた直後にしか使うことができないものとする。次のような状況で薬品Aを使用することを考える。

(∗)　ある時刻に培養液に細菌Xを1個入れ，その6時間後から薬品Aをこの定められた分量だけ1時間ごとに培養液に加えていく。

たとえば $k=1$ のとき，培養液に細菌Xを1個入れてから5時間後の細菌Xの個数は b_5 であるが，細菌Xを入れてから6時間後は，b_5 個の細菌が2倍に増えたのちに薬品Aによって1個の細菌が死滅するので，細菌Xの個数は $2b_5 - 1$ となる。さらに，細菌Xを入れてから7時間後は，$(2b_5 - 1)$ 個の細菌が2倍に増えるが，薬品Aによって新たに1個の細菌が死滅するので，細菌Xの個数は $2(2b_5 - 1) - 1 = 4b_5 - 3$ となる。

問2 $k = 1$ のとき，培養液に細菌Xを1個入れてから8時間後の細菌Xの個数を b_5 を用いて表し，その値を求めよ。

(∗) の状況において $k \geqq 1$ のときの細菌Xの個数を調べるため，次の条件によって定められる数列 $\{c_n\}$ を考える。

$$c_1 = b_5, \quad c_{n+1} = 2c_n - k \quad (n = 1, 2, 3, \cdots\cdots)$$

問3 c_n を n と k を用いた式で表せ。

問4 $k \geqq 33$ のとき，すべての自然数 n に対し $c_n > c_{n+1}$ が成り立つことを示せ。

問5 $k = 33$ のとき，細菌Xが完全に死滅するのは，培養液に細菌Xを1個入れてから何時間後かを求めよ。