2025年度 広島市立大学 一般選抜（前期日程）
（情報科学部）

数　学　（１２０分）

数学Ⅰ，数学Ⅱ，数学Ⅲ，数学A，数学B，数学C

2025年2月25日

注 意 事 項

1　試験開始の合図があるまで，この問題冊子の中を見てはいけません。

2　この問題冊子は6**ページ**あります。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明，ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合には，手を挙げて監督者に知らせなさい。

3　解答用紙は4**枚**です。**解答はすべて解答用紙の所定の場所に，途中経過も含めて記入しなさい。解答用紙は裏面も使用できます。**

4　**受験番号は，すべての解答用紙の所定の欄（２か所）に必ず記入しなさい。**

5　**試験終了後は，解答用紙の上にある白ぬきの番号順に並べなさい。**

6　解答用紙は持ち出してはいけません。

7　配付した解答用紙は，試験終了後にすべて回収します。

8　試験終了後，問題冊子は持ち帰りなさい。

このページは空白である。

第1問 (100点)

問 1 nを2以上の整数とする。n本のくじがあり，そのうち2本が当たりくじである。この中から同時に2本を引くとき，当たりくじを少なくとも1本引く確率が$\dfrac{11}{21}$となるようなnを求めよ。

問 2 iを虚数単位とするとき，$\left(\dfrac{\sqrt{3}+i}{2}\right)^{2025}$を計算せよ。

問 3 次の極限を求めよ。

$$\lim_{n\to\infty} n^2\left(1-\cos\frac{\pi}{n}\right)$$

問 4 次の不定積分，定積分を求めよ。

(1) $\displaystyle\int \frac{x^3-3x^2+2x-2}{x^2-x}\,dx$

(2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{\sin x}{\cos^3 x}\,dx$

第2問 (100点)

問1 $\triangle$OAB において，辺 AB を $2:3$ に内分する点を C，点 C から直線 OA に下ろした垂線と直線 OA との交点を D とする。$\overrightarrow{OA}=\vec{a}$，$\overrightarrow{OB}=\vec{b}$ とし，$\vec{a}$，$\vec{b}$ は $|\vec{a}|=2$，$\vec{a}\cdot\vec{b}=5$ を満たすとするとき，次の問いに答えよ。

(1) $\overrightarrow{OC}$ を $\vec{a}$，$\vec{b}$ を用いて表せ。

(2) $\angle$OAB は鋭角，直角，鈍角のいずれであるかを調べよ。

(3) $\overrightarrow{OD}$ を $\vec{a}$ を用いて表せ。

問2 n を自然数とし，実数 $a_1, a_2, a_3, \cdots\cdots, a_n$ は $0<a_i<1$ $(i=1, 2, 3, \cdots\cdots, n)$ を満たしているとする。このとき，2 以上のすべての自然数 n に対して，次の不等式が成り立つことを数学的帰納法を用いて証明せよ。

$$(1-a_1)(1-a_2)(1-a_3)\cdots\cdots(1-a_n)>1-(a_1+a_2+a_3+\cdots\cdots+a_n)$$

第3問 (100点)

関数 $f(x)=2\log\left(1+\dfrac{1}{x}\right)+x-2 \quad (x>0)$ について，次の問いに答えよ。

問 1 関数 $f(x)$ の増減，極値を調べよ。

問 2 曲線 $y=f(x)$ と直線 $y=x$ の交点の座標を求めよ。

問 3 曲線 $y=f(x)$，直線 $y=x$ および直線 $x=1$ で囲まれた部分の面積を求めよ。

第4問　(100点)

サッカーでは，相手チームのゴールにシュートするために味方の選手どうしでボールをパスすることが重要になる。ここでは座標平面の $y \geqq 0$ の部分をサッカーのフィールドに見立て，同じチームに属する選手 a, b の間のパスのシミュレーションをするために，次のような状況を考えることにする。

(*)　点 $A(-4, 8)$ に選手 a が，点 $B(5, 8)$ に選手 b がいて，選手 a がボールを保持しているとする。選手 a がボールを蹴(け)ると同時に選手 b が走り出し，ある点 P においてボールを受け取る。ただし，不等式 $y \geqq 0$ が表す領域において，ボールが存在する点の座標と選手 b がいる点の座標が一致したときに限り，選手 b はボールを受け取れるものとする。

このとき，次の問いに答えよ。

問 1　(*) の状況において，$AP = BP$ が成り立つとする。

(1)　$AP = BP$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。

(2)　$AP = BP = \dfrac{15}{2}$ であるとき，点 P の座標を求めよ。

問 2　(*) の状況において，$AP : BP = 2 : 1$ が成り立つとする。

(1)　$AP : BP = 2 : 1$ を満たす点 P の軌跡を求めよ。

(2)　点 P が直線 $y = 8$ 上にあるときの点 P の座標を求めよ。

(3)　シュートを打つために，選手 b は相手チームのゴールからなるべく近い地点でボールを受け取りたい。相手チームのゴールが座標平面の原点にあるとして，原点からの距離が最小となるような点 P の座標を求めよ。