

理 科 (90分)

〔物 理〕

2020年2月25日

注 意 事 項

- 1 試験開始の合図があるまで、この問題冊子の中を見てはいけません。
- 2 この問題冊子は9ページあります。2ページ目と3ページ目は白紙です。
試験中に問題冊子の印刷不鮮明、ページの落丁・乱丁および解答用紙の汚れ等に気付いた場合は、手を挙げて監督者に知らせなさい。
- 3 解答用紙は1枚です。解答はすべて解答用紙の所定の場所に記入しなさい。
- 4 受験番号は、すべての解答用紙の所定の欄(2か所)に、必ず記入しなさい。
- 5 配付した解答用紙は、試験終了後に回収します。
- 6 試験終了後、問題冊子は持ち帰りなさい。

第1問 (70点)

図1(a)のように、なめらかな水平面上でばね定数 k の軽いばねの左端を固定し、右端に取り付けた軽い板に質量 m の小球 P を押し付け、ばねを自然長から d だけ縮めた。 P を静かに放すと、 P は水平面上を右向きに進み板から離れて点 A に達し、さらになめらかな斜面を上り、最高点 B に達して下降した。水平面と斜面はなめらかにつながっている。水平面上に x 軸をとり、右向きを正、ばねが自然長から d 縮められたときの P の位置を原点 $O(x=0)$ とする。また、重力加速度の大きさを g 、ばねと板の質量は無視できるものとして、以下の問い(問1～問4)に答えよ。

問1 ばねを自然長から d だけ縮めたときのばねの弾性力による P の位置エネルギーを m, k, d, g の中から必要なものを用いて表せ。

問2 P が板から離れた直後の速さ v_0 を m, k, d, g の中から必要なものを用いて表せ。

問3 点 B の水平面からの高さ h を m, k, d, g を用いて表せ。

問4 P が原点 O から点 B まで動くとき、水平方向の変位 x に対する P の力学的エネルギー E のグラフを、横軸を変位 x 、縦軸を E として実線で模式的に描け。ただし、点 A と点 B の x 座標をそれぞれ x_A, x_B とし、原点 O において $E = E_0$ とする。また、 $0 \leq x \leq d$ の範囲において、力学的エネルギーのうち運動エネルギーのみを表すグラフを点線で模式的に描け。

次に、図1(a)の斜面のみをあらい面に置き換えて、図1(b)のように、質量 M の小物体 Q を水平面上で $d < x < x_A$ の位置に静かに置き、前問と同じように P を板に押し付け、ばねを自然長から d 縮めて静かに放した。 P は板から離れた後、静止している Q と衝突し、衝突後 Q は斜面を上がり、最高点 C に達して下降した。た

だし、衝突前のPの速度を v_0 、衝突後のPとQの速度をそれぞれ v 、 V (速度の向きはすべて右向きを正とする)、PQ間の反発係数を e ($0 < e < 1$)、水平面と斜面のなす角度を θ 、斜面とQとの間の動摩擦係数を μ' として、以下の問い(問5～問7)に答えよ。

問5 衝突の際、Qが受けた力積を m 、 M 、 e 、 v_0 を用いて表せ。

問6 衝突後、Pが左へ動くときの条件式を m 、 M 、 e 、 v_0 、 g の中から必要なものを用いて表せ。

問7 斜面上の点Aと点C間の距離 L を g 、 μ' 、 V 、 θ を用いて表せ。

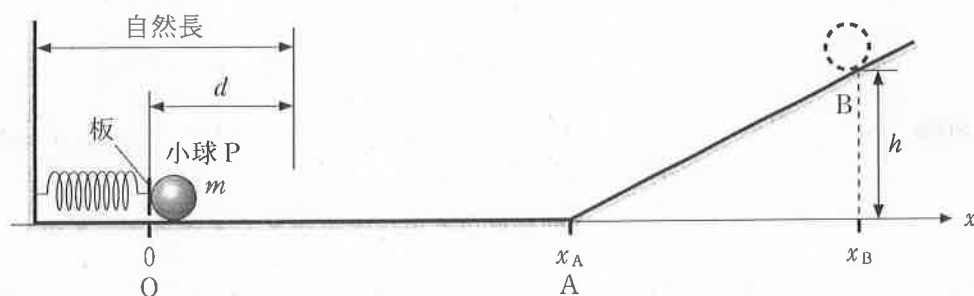


図1(a)

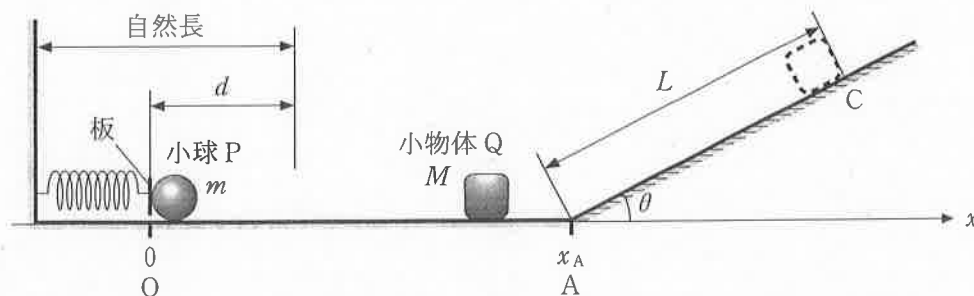


図1(b)

第2問 (70点)

図2(a)のように点Oを中心として半径 R の円形の銅線コイルに起電力 V_0 の電池をつなぎ、直流電流 I_0 を流した。コイルを完全な円形とみなして、以下の問い(問1)に答えよ。

問1 点Oに生じる磁場の強さ H を I_0 、 R を用いて表せ。

次に、図2(b)のように、コイルの内側に半径 r の銅リングを中心をそろえて同一平面内に配置した。外側コイルによって作られる磁場の強さはリング内では一様とする。空気の透磁率を μ 、円周率を π とすると、以下の問い(問2)に答えよ。

問2 リング内を貫く磁束 Φ を μ 、 π 、 I_0 、 R 、 r を用いて表せ。

外側コイルに直流電流ではなく、時間的に変動する交流電流が流れるとき、内側リングには相互誘導により誘導起電力が生じる。誘導起電力の大きさは、リング内を貫く磁束の時間的変化で表される一方、リングとコイルの相互インダクタンス M と、コイルを流れる電流の時間的変化を用いて表すこともできる。このとき、以下の問い(問3)に答えよ。

問3 相互インダクタンス M を μ 、 π 、 R 、 r を用いて表せ。

次に、図2(b)の外側コイルを図2(c)のように、点Oを原点とする z 軸のまわりに一定の角速度 ω で回転させた。以下の問い(問4～問5)に答えよ。

問4 内側リングが yz 平面に固定され動かないときを考える。時刻 t においてリング内を貫く磁束 Φ_t を μ 、 π 、 I_0 、 R 、 r 、 ω 、 t を用いて表せ。ただし、コイルが図2(c)の位置(yz 平面)にあるときの時刻を $t=0$ とする。

問5 内側リングを z 軸のまわりに回転できるようにしたとき、リングはどのような運動をするか、その理由も含めて説明せよ。

最後に、図 2(d)のように半径 R のコイル 1、コイル 2 を yz 平面、 xz 平面に中心
を原点 O にそろえて固定し、位相が $\frac{\pi}{2}$ ずれた交流電流

$$I_1 = I_0 \cos \omega t$$

$$I_2 = I_0 \sin \omega t \quad (I_0 \text{ は正の定数})$$

をそれぞれのコイルに流した。内側リングは問 5 と同様に z 軸のまわりに回転でき
るとする。またコイルに沿った矢印の向きをコイルに流れる電流の正の向きとす
る。このとき、以下の問い(問 6 ~ 問 7)に答えよ。

問 6 時刻 $t = 0$ 、 $\frac{3\pi}{4\omega}$ 、 $\frac{3\pi}{2\omega}$ において、 xy 平面の原点に生じる磁場の向きと大
きさを、原点 O を始点とする矢印で描け。なお、解答欄に描かれた円の半径
は、 $t = 0$ のときの磁場の大きさを表している。

問 7 原点 O に生じる磁場は時間とともにどのように変化し、その結果、内側リ
ングはどのような運動をするか、その理由も含めて説明せよ。

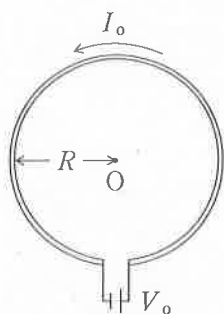


図 2(a)

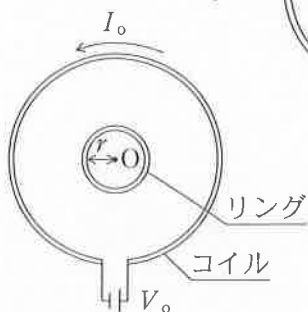


図 2(b)

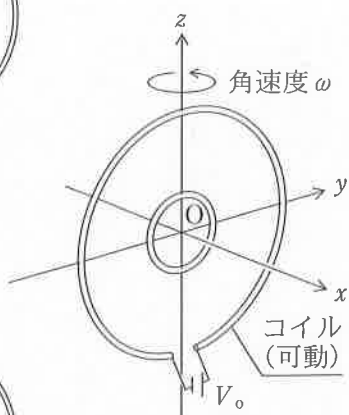


図 2(c)

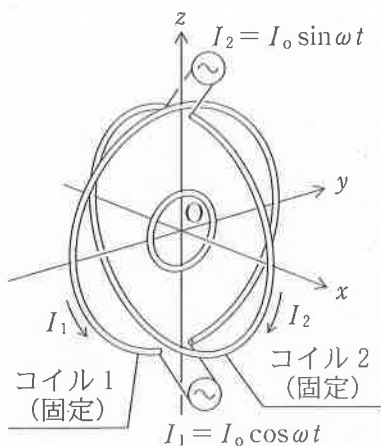


図 2(d)

第3問 (60点)

容器に閉じ込められた光子の圧力を気体の分子運動論と同様の手法を用いて求める。いま、図3(a)のような一辺の長さ L の立方体の容器の中に、振動数 ν の光子が多数(N 個)閉じ込められ、容器の壁面と弾性衝突を繰り返しているものとする。光速を c 、プランク定数を h とする。光子の波長は L に比べて十分に短いものとし、光子どうしの衝突や重力は無視できるものとして、以下の問い(問1～問6)に答えよ。

問1 光子の波長 λ を c 、 h 、 ν の中から、必要なものを用いて表せ。

問2 光子1個のエネルギー E を c 、 h 、 ν の中から、必要なものを用いて表せ。

x 軸方向の運動量成分が p_x で与えられる光子 γ を考える(図3(b))。 p_x は γ の x 軸方向の速度成分 v_x を用いて、 $p_x = \frac{E}{c^2} v_x$ で与えられる。このとき、以下の問い(問3～問6)に答えよ。

問3 γ が x 軸に直交する壁面 S に衝突したとき、1回の衝突で、 γ が S におよぼす力積の x 軸方向の成分 I_x を v_x 、 c 、 h 、 ν を用いて表せ。

問4 γ は S と衝突後、別の壁と衝突し、再び S と衝突した。時間 T の間に n 回、同じ S に衝突したとき、 γ が S から受ける力の時間的平均 $f = n \frac{I_x}{T}$ を v_x 、 c 、 h 、 ν 、 L を用いて表せ。ただし、 γ は壁との衝突から次の衝突までの間、等速直線運動を行うものとする。

全光子が S に及ぼす力 F を考える。光子はあらゆる方向に、同じ確率で運動しているので、 f は全光子についての平均値 \bar{f} に置き換えることができる。このとき、光子の x 、 y 、 z 軸方向の速度成分 v_x 、 v_y 、 v_z の2乗の平均に関して、関係式 $\overline{v_x^2} = \overline{v_y^2} = \overline{v_z^2}$ が満たされているものとしてよい。以下の問い(問5～問6)に答えよ。

問 5 F を h , ν , L , N を用いて表せ。また, その導出過程を示せ。

問 6 光子による圧力 p と単位体積あたりの内部エネルギー u の間に成立する関係式を求めよ。

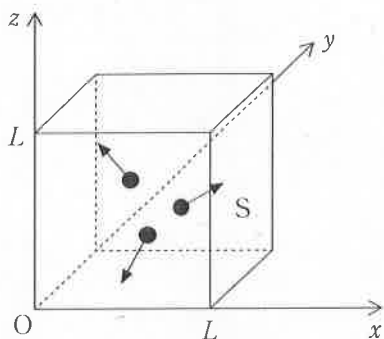


図 3(a)

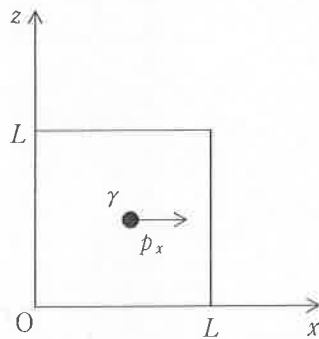


図 3(b)