

前期日程 数学

<出題意図>

第1問 (100点)

問1は約数, 問2は座標空間, 問3は積分, 問4は定積分と導関数を問う問題である。

第2問 (100点)

問1は数列と無限級数, 問2は倍数に関する命題の証明を問う問題である。

第3問 (100点)

関数の増減, 極値, 凹凸, 変曲点および曲線と直線に囲まれた部分の面積を問う問題である。

第4問 (100点)

集合とその応用について問う問題である。

<解答例>

第1問 問1 119 問2 1 問3 (1) $\frac{1}{3}(\log|2x-1| - \log|x+1|) + C$ (2) $\frac{\pi}{24} + \frac{\sqrt{3}}{64}$

問4 $f'(x) = \begin{cases} 1 & (x > 0) \\ -1 & (x < 0) \end{cases}$ (グラフは省略)

第2問 問1 (1) $a_1 = \frac{2}{15}, a_2 = \frac{2}{35}, b_1 = 2, b_2 = 4$ (2) $b_n = 2n$

(3) $S_n = \frac{1}{3} - \frac{1}{2n+3}, \lim_{n \rightarrow \infty} S_n = \frac{1}{3}$

問2 省略

第3問 問1 $0 < x < e^{-3}$ で増加, $e^{-3} < x < e$ で減少, $x > e$ で増加,
極大値 $6e^{-3}$ ($x = e^{-3}$), 極小値 $-2e$ ($x = e$),
 $0 < x < e^{-1}$ で上に凸, $x > e^{-1}$ で下に凸, 変曲点 $(e^{-1}, -2e^{-1})$

問2 $e^{-1} \leq x \leq e$ 問3 (1) $\frac{x^2}{2} \log x - \frac{x^2}{4} + C$ (2) $\frac{e^2}{4} + \frac{3e^{-2}}{4}$

第4問 問1 $\{w_5, w_6, w_7, w_8\}$

問2 $\emptyset, \{w_2\}, \{w_3\}, \{w_5\}, \{w_2, w_3\}, \{w_2, w_5\}, \{w_3, w_5\}, \{w_2, w_3, w_5\}$

問3 512個 問4 $n(Z) = n(X) + n(Y) - 2n(X \cap Y)$ 問5 $\frac{5}{6}$

問6 最大値は $\frac{8}{9}$, 最小値は $\frac{1}{3}$