

<出題の意図>

第1問

問1は数列および関数の極限，問2は関数の積分，問3は場合の数，問4は常用対数の応用を問う問題である。

第2問

問1は空間ベクトル，問2は命題の証明を問う問題である。

第3問

関数の増減，極値，凹凸を調べ，曲線と直線に囲まれた図形の面積を求める問題である。

第4問

数列とその応用を問う問題である。

<解答例>

第1問（100点）

問1 (1) $\frac{5}{2}$ (2) $e^{\frac{2}{3}}$ 問2 $\frac{5}{2} - \frac{7}{6}\sqrt{3}$

問3 72 通り 問4 $n = 24, 25, 26$

第2問（100点）

問1 (1) $\overrightarrow{PQ} = (1 - 2t)\vec{a} + t\vec{b} + \vec{c}$ (2) $t = \frac{2}{5}$ のとき最小値 $\frac{\sqrt{30}}{5}$ をとる

問2 略

第3問（100点）

問1 $f'(x) = (3 - 2x)e^{-x}$, $f''(x) = (2x - 5)e^{-x}$

問2 $x < \frac{3}{2}$ で増加, $x > \frac{3}{2}$ で減少, $x < \frac{5}{2}$ で上に凸, $x > \frac{5}{2}$ で下に凸
極大値 $2e^{-\frac{3}{2}}$ ($x = \frac{3}{2}$), グラフは略

問3 (1) 略 (2) $-(2x + 1)e^{-x} + C$ (C は積分定数)

(3) $-\frac{2}{\sqrt{e}} + 2(\log 2)^2 - 2 \log 2 + \frac{5}{2}$

第4問（100点）

問1 $b_m = 2^m$ 問2 $8b_5 - 7$, 249 個 問3 $c_n = 2^{n+4} - (2^{n-1} - 1)k$

問4 略 問5 11 時間後