

代数曲面を用いた符号の構成

情報科学研究科

知能工学専攻

教授 齋藤 夏雄 Saito, Natsuo

教員情報



キーワード

符号理論、代数幾何学、代数曲面、モデル・ヴェイユ群

研究シーズの概要

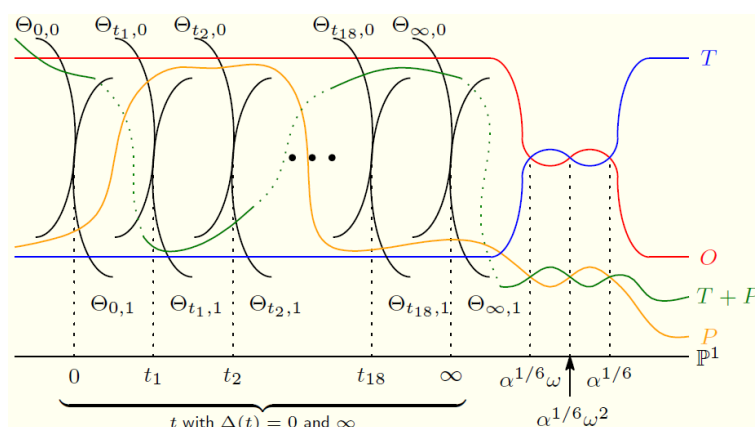
いくつかの多項式の零点集合として定義される代数多様体は代数幾何学における主要な研究対象ですが、正標数の体上で定義された代数多様体は、符号理論への応用があることが知られています。本研究では、楕円曲面や準楕円曲面のモデル・ヴェイユ群の構造を利用して線形符号を構成する手法を調べています。

研究シーズの詳細

◆研究例◆

準楕円曲面は代数曲線への全射写像を持つ代数曲面であってそのファイブレーションの一般ファイバーがカスプを持つ有理曲線であるようなものであり、標数 2 および 3 のときしか存在しないことが知られています。本研究では、標数 2 の代数的閉体上で定義された準楕円曲面に注目します。この曲面上に生じる可約ファイバーとセクションとの交差の様子を観察することにより、良質の線形符号を構成することができます。

たとえば、オイラー標数が 2 で射影直線への写像を持つ準楕円曲面には、III 型の可約ファイバーを 20 本持つものが存在します。これまでの研究で、こうした曲面の中にトーショナルクが 7、位数 128 のモデル・ヴェイユ群を持つものが存在することを示しました（右図）。この曲面の可約ファイバーと 128 本のセクションがどのように交差しているかを計算することで、 $\text{GF}(2)$ 上 20 次元空間内の 7 次元部分空間を構成しました。さらにこの部分空間に属する元の最小重みが 8 であることも明らかにしたことで、 $(20, 7, 8)$ -符号を作ることができました。



図：III 型可約ファイバーとセクションの交差の様子

また、最近の研究で、同じく正標数の代数的閉体上で定義された準楕円曲面で、 I_0^* 型可約ファイバーを 17 本持つものの構造も明らかにしました。さらに、この曲面上に存在する 256 個のセクションと可約ファイバーについての情報を詳細に調べることで、 $\text{GF}(4)$ 上の $(17, 4, 12)$ -符号を構成することに成功しました。

今後、標数が 3 の代数的閉体上で同様の準楕円曲面を考えたり、オイラー標数がより大きな値であるものやファイバーの種数が 2 以上であるものまで考察の対象を広げることで、研究をさらに発展させることができると考えています。

応用例・セールスポイント

◆代数幾何学を用いた良質の線形符号の構成

代数幾何学を利用した符号の構成法としては、代数曲線を用いたいわゆる代数幾何符号がよく知られていますが、本研究では代数曲面のファイブレーション構造を利用する新しい方法で符号を作を試みています。この手法を一般化することで、工学的な応用にもつながることを期待しています。

【問い合わせ先】 広島市立大学 地域共創センター 〒731-3194 広島市安佐南区大塚東 3-4-1 (情報科学部棟別館 1F)

TEL:082-830-1764 / FAX:082-830-1555 / E-mail:ken-san@m.hiroshima-cu.ac.jp