

代数曲面を用いた符号の構成

【 研究キーワード：符号理論、代数幾何学、代数曲面、モデル・ヴェイユ群 】

情報科学研究科 知能工学専攻

教授 齋藤 夏雄 SAITO, Natsuo

研究シーズの概要

いくつかの多項式の零点集合として定義される代数多様体は代数幾何学における主要な研究対象ですが、正標数の体上で定義された代数多様体は、符号理論への応用があることが知られています。本研究では、楕円曲面や準楕円曲面のモデル・ヴェイユ群の構造を利用して線形符号を構成する手法を調べています。

研究シーズの詳細

◆研究例◆

準楕円曲面は代数曲線への全射写像を持つ代数曲面であってそのファイブレーションの一般ファイバーがカスプを持つ有理曲線であるようなものであり、標数 2 および 3 のときしか存在しないことが知られています。本研究では、標数 2 の代数的閉体上で定義された準楕円曲面に注目します。この曲面上に生じる可約ファイバーとセクションとの交差の様子を観察することにより、良質の線形符号を構成することができます。

たとえば、オイラー標数が 2 で射影直線への写像を持つ準楕円曲面には、III 型の可約ファイバーを 20 本持つものが存在します。こうした曲面の中に、モデル・ヴェイユ群の位数が 128 であるものが存在することを示しました。この曲面の可約ファイバーとセクションについての情報から、2 元体の 20 次元空間内の 7 次元部分空間が構成できます。さらに最小重みが 8 であることも分かり、 $(20, 7, 8)$ -符号を作ることができました。

オイラー標数を上げることにより、さらに高次元の符号も生み出せるのではないかと考えています。

◆研究例◆

左に述べた研究例の枠組みは、条件を変えることで様々な符号を生み出せる可能性があります。たとえば
 ○オイラー標数がより大きな値であるものを考える
 ○可約ファイバーのタイプを変更する
 ○標数が 3 の準楕円曲面について調べる
 ○準楕円曲面の代わりに楕円曲面について同種の設定を考える
 ○ファイバーの種数を 2 以上に上げた超楕円曲面、準超楕円曲面について考察する
 といった発展が考えられます。

たとえば標数 3 の準楕円曲面においては、任意の自然数 n に対し IV 型の可約ファイバーが $3^n + 1$ 本あるようなものを与える定義方程式が知られています。セクションが作るモデル・ヴェイユ群に関する情報が得られれば、こうした曲面からも符号を作り出せることが期待されます。

想定される用途・応用例

◆代数幾何学を用いた良質の線形符号の構成

セールスポイント

代数幾何学を利用した符号の構成法としては、代数曲線を用いたいわゆる代数幾何符号がよく知られていますが、本研究では少し違った視点から符号を作ることを試みています。代数曲面のファイブレーション構造を利用することから対称性が高く、結果として相対距離の高い良質の符号が構成できる可能性が高いと考えています。

問い合わせ先：広島市立大学 地域共創センター

TEL:082-830-1764 FAX:082-830-1555

E-mail:ken-san@m.hiroshima-cu.ac.jp

〒731-3194

広島市安佐南区大塚東三丁目 4 番 1 号

(情報科学部棟別館 1F)