

〈出題意図〉

第1問 (100点)

問1は積分の応用, 問2は導関数, 問3は積分を問う問題である。

第2問 (90点)

問1は不等式の証明, 問2は整数に関する命題の真偽を問う問題である。

第3問 (100点)

事象の確率を問う問題である。

第4問 (110点)

関数の増減, 極値, 凹凸, 変曲点および曲線と直線に囲まれた部分の面積を問う問題である。

〈解答例〉

第1問 問1  $8\sqrt{2} - 4$  問2  $3^{-x}\pi(\log 3)\sin(3^{-x}\pi)$ 問3 (1)  $\log \left| \frac{\sqrt{1-x}-1}{\sqrt{1-x}+1} \right| + C$  (2)  $\frac{\pi}{8}$ 第2問 問1 省略 問2 (1) 偽 (たとえば  $a = b = 5$  が反例) (2) 真 (証明は省略)第3問 問1  $\frac{1}{5}$  問2  $\frac{3}{35}$  問3  $\frac{3}{140}$  問4  $\frac{37}{140}$  問5  $\frac{1}{5}$ 第4問 問1  $f'(x) = -3e^{-x} + 2e^{-2x}$ ,  $f''(x) = 3e^{-x} - 4e^{-2x}$ 問2  $x < \log \frac{2}{3}$  で増加,  $x > \log \frac{2}{3}$  で減少, 極大値  $\frac{9}{4}$  ( $x = \log \frac{2}{3}$ ) $x < \log \frac{4}{3}$  で上に凸,  $x > \log \frac{4}{3}$  で下に凸, 変曲点  $(\log \frac{4}{3}, \frac{27}{16})$ 問3  $k > \frac{9}{4}$  のとき0個,  $k = \frac{9}{4}$  または  $k \leq 0$  のとき1個,  $0 < k < \frac{9}{4}$  のとき2個問4  $\frac{3}{2} - 2\log 2$